



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 8 Martie 2014

CLASA a VI-a

Problema 1. Arătați că:

- a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1$;
b) $3^{33} + 4^{33} + 5^{33} < 6^{33}$.

Gazeta Matematică

Problema 2. Spunem că mulțimea nevidă M de cardinal n are proprietatea \mathcal{P} dacă elementele sale sunt numere naturale care au exact 4 divizori. Notăm cu S_M suma tuturor celor $4n$ divizori ai elementelor lui M (suma poate conține termeni care se repetă).

- a) Arătați că $A = \{2 \cdot 37, 19 \cdot 37, 29 \cdot 37\}$ are proprietatea \mathcal{P} și $S_A = 2014$.
b) În cazul în care o mulțime B are proprietatea \mathcal{P} și $8 \in B$, demonstrați că $S_B \neq 2014$.

Problema 3. Pe laturile BC , CA și AB ale triunghiului ABC se consideră punctele M , N respectiv P astfel încât $BM = BP$ și $CM = CN$. Perpendiculara din B pe MP și perpendiculara din C pe MN se intersectează în I . Demonstrați că unghiurile \widehat{IPA} și \widehat{INC} sunt congruente.

Problema 4. Determinați numerele naturale a pentru care există exact 2014 numere naturale b care verifică relația $2 \leq \frac{a}{b} \leq 5$.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*